Exploitation en problématique du choix d'une relation de surclassement valuée

Raymond Bisdorff

Université du Luxembourg

Lamsade, 11 octobre 2005

1. Délimitation du sujet
   - Le graphe de surclassement valué
   - Les noyaux du graphe de surclassement
   - Le calcul effectif des noyaux valués
2. La problématique du choix
   - Principes classiques de la problématique du choix
   - Solutions classiques du problème du choix unique
   - Discussion critique
3. Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
   - Principes méthodologiques
   - Principe de surclassement effectif
   - Principe de stabilité et de robustesse
4. Illustrations
   - La recommandation de meilleur choix
   - EURO'2004 Best Poster Award
   - Quelle est la meilleure université allemande ?

1. Délimitation du sujet
   - Le graphe de surclassement valué
   - Les noyaux du graphe de surclassement
   - Le calcul effectif des noyaux valués
2. La problématique du choix
   - Principes classiques de la problématique du choix
   - Solutions classiques du problème du choix unique
   - Discussion critique
3. Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
   - Principes méthodologiques
   - Principe de surclassement effectif
   - Principe de stabilité et de robustesse
4. Illustrations
   - La recommandation de meilleur choix
   - EURO'2004 Best Poster Award
   - Quelle est la meilleure université allemande ?

Le graphe de surclassement global valué

- Notre point d'appui de l'aide au choix est un graphe de surclassement valué dénoté $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$, où
- A est un ensemble fini et stable d'actions de décision clairement identifiées et stables.
- $\tilde{S} : A \times A \rightarrow \mathcal{L}$ donne une caractérisation logique des assertions de surclassement global exprimables sur A prenant des valeur dans un domaine d'évaluation $\mathcal{L}$ au moins ordinal.
- Exemple 1 : $\mathcal{L} = [0, 1]$, intervalle rationnel de 0 à 1, traduisant le degré de concordance globale et de non-veto local d'une assertion de surclassement global.
- Exemple 2 : $\mathcal{L} = \{-m, ..., 0, ..., +m\}$, échelle ordinale à $2m + 1$ échelons numérotés de $-m$ à $+m$ avec $m \geq 1$, traduisant la vraisemblance croissante des assertions de surclassement global.

Le graphe de surclassement global valué

- Notre point d'appui de l'aide au choix est un graphe de surclassement valué dénoté $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$, où
- A est un ensemble fini et stable d'actions de décision clairement identifiées et stables.
- $\tilde{S} : A \times A \rightarrow \mathcal{L}$ donne une caractérisation logique des assertions de surclassement global exprimables sur A prenant des valeur dans un domaine d'évaluation $\mathcal{L}$ au moins ordinal.
- Exemple 1 : $\mathcal{L} = [0, 1]$, intervalle rationnel de 0 à 1, traduisant le degré de concordance globale et de non-veto local d'une assertion de surclassement global.
- Exemple 2 : $\mathcal{L} = \{-m, ..., 0, ..., +m\}$, échelle ordinale à $2m + 1$ échelons numérotés de $-m$ à $+m$ avec $m \geq 1$, traduisant la vraisemblance croissante des assertions de surclassement global.

Le graphe de surclassement global valué

- Notre point d'appui de l'aide au choix est un graphe de surclassement valué dénoté $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$, où
- A est un ensemble fini et stable d'actions de décision clairement identifiées et stables.
- $\tilde{S} : A \times A \rightarrow \mathcal{L}$ donne une caractérisation logique des assertions de surclassement global exprimables sur A prenant des valeur dans un domaine d'évaluation $\mathcal{L}$ au moins ordinal.
- Exemple 1 : $\mathcal{L} = [0, 1]$, intervalle rationnel de 0 à 1, traduisant le degré de concordance globale et de non-veto local d'une assertion de surclassement global.
- Exemple 2 : $\mathcal{L} = \{-m, ..., 0, ..., +m\}$, échelle ordinale à $2m + 1$ échelons numérotés de $-m$ à $+m$ avec $m \geq 1$, traduisant la vraisemblance croissante des assertions de surclassement global.

Le graphe de surclassement global valué

- Notre point d'appui de l'aide au choix est un graphe de surclassement valué dénoté $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$, où
- A est un ensemble fini et stable d'actions de décision clairement identifiées et stables.
- $\tilde{S} : A \times A \longrightarrow \mathcal{L}$ donne une caractérisation logique des assertions de surclassement global exprimables sur A prenant des valeur dans un domaine d'évaluation $\mathcal{L}$ au moins ordinal.
- Exemple 1 : $\mathcal{L} = [0, 1]$, intervalle rationnel de 0 à 1, traduisant le degré de concordance globale et de non-veto local d'une assertion de surclassement global.
- Exemple 2 : $\mathcal{L} = \{-m, ..., 0, ..., +m\}$, échelle ordinale à $2m + 1$ échelons numérotés de $-m$ à $+m$ avec $m \geq 1$, traduisant la vraisemblance croissante des assertions de surclassement global.

Le graphe de surclassement global valué

- Notre point d'appui de l'aide au choix est un graphe de surclassement valué dénoté $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$, où
- A est un ensemble fini et stable d'actions de décision clairement identifiées et stables.
- $\tilde{S} : A \times A \rightarrow \mathcal{L}$ donne une caractérisation logique des assertions de surclassement global exprimables sur A prenant des valeur dans un domaine d'évaluation $\mathcal{L}$ au moins ordinal.
- Exemple 1 : $\mathcal{L} = [0, 1]$, intervalle rationnel de 0 à 1, traduisant le degré de concordance globale et de non-veto local d'une assertion de surclassement global.
- Exemple 2 : $\mathcal{L} = \{-m, ..., 0, ..., +m\}$, échelle ordinale à $2m + 1$ échelons numérotés de $-m$ à $+m$ avec $m \geq 1$, traduisant la vraisemblance croissante des assertions de surclassement global.

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a\,\mathrm{S}\,b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c\,\mathrm{S}\,d$"
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a \, S \, b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c \, S \, d$"
- "$a \, S \, b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a \, S \, b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a \, S \, b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a \, S \, b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a \, S \, b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a\,\mathrm{S}\,b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c\,\mathrm{S}\,d$"
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a\,\mathrm{S}\,b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c\,\mathrm{S}\,d$"
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a\,\mathrm{S}\,b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c\,\mathrm{S}\,d$"
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Dénotation bipolaire de la valuation caractéristique $\mathcal{L}$

- $\tilde{S}_1(a,b) > \tilde{S}_2(c,d)$ traduit le fait que l'assertion "$a\,\mathrm{S}\,b$" est plus vraisemblable que l'assertion "$c\,\mathrm{S}\,d$"
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = m$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt vrai que faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) > 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être logiquement indéterminé lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être plutôt faux que vrai lorsque $\tilde{S}_1(a,b) < 0$
- "$a\,\mathrm{S}\,b$" est considéré être certainement faux lorsque $\tilde{S}_1(a,b) = -m$

Le graphe de surclassement net médian associé

Définition

Soit $\tilde{G}^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ un graphe de surclassement valué bi-polaire.

Nous notons $G(A, S)$ le graphe net obtenu par coupe au-dessus de la médiane dans $\mathcal{L}$ tel que pour toutes $a, b \in A$:

$\tilde{S}(a, b) > 0 \Rightarrow (a, b) \in S$,

$\tilde{S}(a, b) < 0 \Rightarrow (a, b) \notin S$.

Commentaire

La richesse sémiotique de la carcatérisation bipolaire découlant de la valuation dans $\mathcal{L}$ ne peut être directement représentée par un diagramme du graphe net associé.

Le graphe de surclassement net médian associé

Définition

Soit $\tilde{G}^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ un graphe de surclassement valué bi-polaire.

Nous notons $G(A, S)$ le graphe net obtenu par coupe au-dessus de la médiane dans $\mathcal{L}$ tel que pour toutes $a, b \in A$:

$\tilde{S}(a, b) > 0 \Rightarrow (a, b) \in S$,

$\tilde{S}(a, b) < 0 \Rightarrow (a, b) \notin S$.

Commentaire

La richesse sémiotique de la carcatérisation bipolaire découlant de la valuation dans $\mathcal{L}$ ne peut être directement représentée par un diagramme du graphe net associé.

Le graphe de surclassement net médian associé

Définition

Soit $\tilde{G}^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ un graphe de surclassement valué bi-polaire.

Nous notons $G(A, S)$ le graphe net obtenu par coupe au-dessus de la médiane dans $\mathcal{L}$ tel que pour toutes $a, b \in A$:

$\tilde{S}(a, b) > 0 \Rightarrow (a, b) \in S$,

$\tilde{S}(a, b) < 0 \Rightarrow (a, b) \notin S$.

Commentaire

La richesse sémiotique de la carcatérisation bipolaire découlant de la valuation dans $\mathcal{L}$ ne peut être directement représentée par un diagramme du graphe net associé.

Le graphe de surclassement net médian associé

Définition

Soit $\tilde{G}^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ un graphe de surclassement valué bi-polaire.

Nous notons $G(A, S)$ le graphe net obtenu par coupe au-dessus de la médiane dans $\mathcal{L}$ tel que pour toutes $a, b \in A$:

$\tilde{S}(a, b) > 0 \Rightarrow (a, b) \in S$,

$\tilde{S}(a, b) < 0 \Rightarrow (a, b) \notin S$.

Commentaire

La richesse sémiotique de la carcatérisation bipolaire découlant de la valuation dans $\mathcal{L}$ ne peut être directement représentée par un diagramme du graphe net associé.

Le graphe de surclassement net médian associé

Définition

Soit $\tilde{G}^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ un graphe de surclassement valué bi-polaire.

Nous notons $G(A, S)$ le graphe net obtenu par coupe au-dessus de la médiane dans $\mathcal{L}$ tel que pour toutes $a, b \in A$:

$\tilde{S}(a, b) > 0 \Rightarrow (a, b) \in S$,

$\tilde{S}(a, b) < 0 \Rightarrow (a, b) \notin S$.

Commentaire

La richesse sémiotique de la carcatérisation bipolaire découlant de la valuation dans $\mathcal{L}$ ne peut être directement représentée par un diagramme du graphe net associé.

Exemple ((1), B. Roy (2005) communication privée)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	10	2	-10	-4	-8
b	-6	10	8	10	0
c	-10	-10	10	2	8
d	6	-6	-10	10	-4
e	-10	-8	-4	-6	10

Exemple ((1), B. Roy (2005) communication privée)

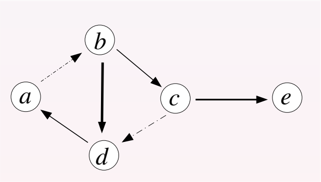
Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	10	2	-10	-4	-8
b	-6	10	8	10	0
c	-10	-10	10	2	8
d	6	-6	-10	10	-4
e	-10	-8	-4	-6	10

Exemple ((1), B. Roy (2005) communication privée)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	10	2	-10	-4	-8
b	-6	10	8	10	0
c	-10	-10	10	2	8
d	6	-6	-10	10	-4
e	-10	-8	-4	-6	10

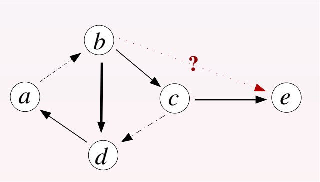


Le graphe net médian associé

Exemple ((1), B. Roy (2005) communication privée)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	10	2	-10	-4	-8
b	-6	10	8	10	0
c	-10	-10	10	2	8
d	6	-6	-10	10	-4
e	-10	-8	-4	-6	10



Le graphe net médian associé

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Définition (Noyaux du graphe valué)

- Nous appelons choix un sous-ensemble non-vide de A.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassant lorsque toute action non choisie est surclassée plutôt vrai que faux par au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-surclassé lorsque toute action non choisie surclasse plutôt vrai que faux au moins une action choisie.
- Un choix est appelé $\mathcal{L}$-indépendant lorsque les actions choisies se surclassent mutuellement de manière plutôt faux que vrai.
- Un choix qui est à la fois $\mathcal{L}$-surclassant (surclassé) et $\mathcal{L}$-indépendant est appelé un $\mathcal{L}$-noyau surclassant (surclassé) du graphe valué.

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Théorème (Kitainik (1993),Bisdorff-Pirlot-Roubens (2005))

Les $\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés d'un graphe $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ correspondent bijectivement aux noyaux surclassants et surclassés nets du graphe $G(A, S)$ coupé médian associé.

Exemple ((1) suite)

$\mathcal{L}$-noyau	a	b	c	d	e
$\{a, c\}$	2	-2	2	-2	-2

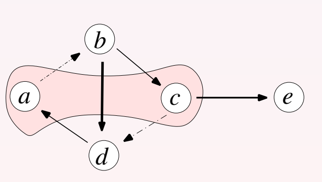
Noyau surclassant

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Théorème (Kitainik (1993),Bisdorff-Pirlot-Roubens (2005))

Les $\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés d'un graphe $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ correspondent bijectivement aux noyaux surclassants et surclassés nets du graphe $G(A, S)$ coupé médian associé.

Exemple ((1) suite)



Noyau surclassant

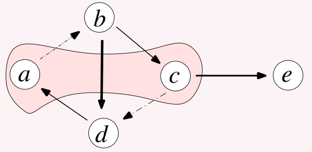
$\mathcal{L}$-noyau	a	b	c	d	e
$\{a, c\}$	2	-2	2	-2	-2

Les noyaux du graphe : fondements théoriques

Théorème (Kitainik (1993),Bisdorff-Pirlot-Roubens (2005))

Les $\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés d'un graphe $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$ correspondent bijectivement aux noyaux surclassants et surclassés nets du graphe $G(A, S)$ coupé médian associé.

Exemple ((1) suite)



Noyau surclassant

$\mathcal{L}$-noyau	a	b	c	d	e
$\{a, c\}$	2	-2	2	-2	-2

Le calcul effectif des noyaux valués

- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?

Le calcul effectif des noyaux valués

- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?

Le calcul effectif des noyaux valués

- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?

Le calcul effectif des noyaux valués

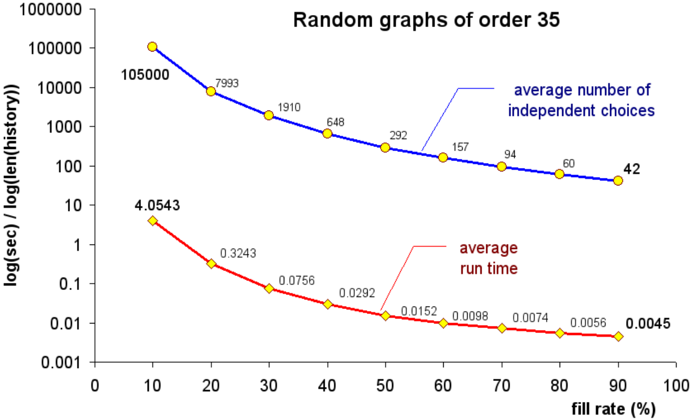
- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?

Le calcul effectif des noyaux valués

- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?



Random graphs of order 35
log(sec) / log(len(history))
1000000
100000
10000
1000
100
10
1
0.1
0.01
0.001
105000
7993
1910
648
292
157
94
60
42
average number of
independent choices
4.0543
0.3243
0.0756
0.0292
0.0152
0.0098
0.0074
0.0056
0.0045
average
run time
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
fill rate (%)

Le calcul effectif des noyaux valués

- Historique
  - 1995 – 1997 : 1ères définitions et implémentations en Prolog (solveurs en domaines finis : CHIP et GNU-Prolog)
  - 1998 – 2002 : applications diverses : choix, rangement bipolaire (1999), regroupement (2000) et découvertes des limitations opérationnelles
  - 2003 – 2005 : concentration sur la problématique du choix et réimplémentation des algorithmes en Python 2.4 (2005)
- Performances acutelles : graphique

? ? Solution du problème de choix égale $\mathcal{L}$-noyau surclassant ? ?

1. Délimitation du sujet
Le graphe de surclassement valué
Les noyaux du graphe de surclassement
Le calcul effectif des noyaux valués

2. La problématique du choix
Principes classiques de la problématique du choix
Solutions classiques du problème du choix unique
Discussion critique

3. Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
Principes méthodologiques
Principe de surclassement effectif
Principe de stabilité et de robustesse

4. Illustrations
La recommandation de meilleur choix
EURO'2004 Best Poster Award
Quelle est la meilleure université allemande ?

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales ([illegible] *[illegible]*).
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmis les meilleures ([illegible]).
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmis les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmis les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmi les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmi les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmi les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmis les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Le problème du choix

- Références classiques :
  1. Keeney & Raiffa (1976), Choice procedures. In *Decisions with multiple objectives : Preferences and value tradeoffs*. Pages 69 – 76.
  2. Roy (1968,1970), Roy & Bouyssou (1993), La problématique P.α, dans *Aide multicritère à la décision : méthodes et cas*. Pages 335 – 346.
- Formulations possibles du problème du choix
  1. Choix final de la ou des actions optimales (problématique d'optimisation) ;
  2. Choix final d'un certain nombre fixé d'avance $k > 1$ d'actions parmi les meilleures (problématique du k-choix) ;
  3. Choix final d'une seule meilleure action.

Nous nous limitons au problème (3), c.-à-d. à la problématique du choix unique($P.\alpha$).

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

> La solution au problème du choix unique
> est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

La solution au problème du choix unique
est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Principes de la problématique du choix unique

1. Justification du rejet des actions non choisies :

   Chaque action non choisie doit être surclassée de manière vraisemblable par au moins une action retenue comme meilleure choix ;

   $\Rightarrow$ le meilleur choix doit être $\mathcal{L}$-surclassant !

2. Sélection aussi restreinte que possible :

   On ne peut écarter aucune des actions finalement choisies sans que le principe (1) ne soit remis en cause ;

   $\Rightarrow$ le choix $\mathcal{L}$-surclassant doit être minimal en cardinalité !

> La solution au problème du choix unique
> est un choix $\mathcal{L}$-surclassant minimal.

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Soit $G(A, S)$ le graphe coupé médian associé à un graphe de surclassement valué donné. S donne la relation de surclassement globale vraisemblable dégagée sur A.

1. S est un ordre total : l'action optimale unique donne le meilleur choix unique ;
2. S est un ordre partiel : la ou les actions apparaissant au début de la relation S devront être retenues pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
3. S est préordre total : la ou les actions optimales les plus vraisemblables dans S sont des candidats potentiels équivalents au titre du meilleur choix unique ;

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Soit $G(A, S)$ le graphe coupé médian associé à un graphe de surclassement valué donné. S donne la relation de surclassement globale vraisemblable dégagée sur A.

1. S est un ordre total : l'action optimale unique donne le meilleur choix unique ;
2. S est un ordre partiel : la ou les actions apparaissant au début de la relation S devront être retenues pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
3. S est préordre total : la ou les actions optimales les plus vraisemblables dans S sont des candidats potentiels équivalents au titre du meilleur choix unique ;

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Soit $G(A, S)$ le graphe coupé médian associé à un graphe de surclassement valué donné. S donne la relation de surclassement globale vraisemblable dégagée sur A.

1. S est un ordre total : l'action optimale unique donne le meilleur choix unique ;
2. S est un ordre partiel : la ou les actions apparaissant au début de la relation S devront être retenues pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
3. S est préordre total : la ou les actions optimales les plus vraisemblables dans S sont des candidats potentiels équivalents au titre du meilleur choix unique ;

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Soit $G(A, S)$ le graphe coupé médian associé à un graphe de surclassement valué donné. S donne la relation de surclassement globale vraisemblable dégagée sur A.

1. S est un ordre total : l'action optimale unique donne le meilleur choix unique ;
2. S est un ordre partiel : la ou les actions apparaissant au début de la relation S devront être retenues pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
3. S est préordre total : la ou les actions optimales les plus vraisemblables dans S sont des candidats potentiels équivalents au titre du meilleur choix unique ;

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Suite ...

- S est préordre partiel : une action au choix parmi les actions les plus vraisemblables de chaque classe d'équivalence au début de la relation de préordre donne l'ensemble des candidats potentiels au meilleur choix unique à retenir pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
- S comporte des circuits : On peut rendre la relation S acyclique par perturbation minimale du graphe valué en collapsant et/ou en brisant les circuits maximaux de S. Le $\mathcal{L}$-noyau surclassant unique de cette relation acyclique caractérise les actions à retenir comme candidat au meilleur choix unique (Electre I, IS, Roy 1968, Roy & Bouyssou 1993)

Solutions classiques du problème du meilleur choix unique

Suite ...

- S est préordre partiel : une action au choix parmi les actions les plus vraisemblables de chaque classe d'équivalence au début de la relation de préordre donne l'ensemble des candidats potentiels au meilleur choix unique à retenir pour un futur choix final de la meilleure action unique ;
- S comporte des circuits : On peut rendre la relation S acyclique par perturbation minimale du graphe valué en collapsant et/ou en brisant les circuits maximaux de S. Le $\mathcal{L}$-noyau surclassant unique de cette relation acyclique caractérise les actions à retenir comme candidat au meilleur choix unique (Electre I, IS, Roy 1968, Roy & Bouyssou 1993)

Solution classiques du problème du meilleur choix unique

Suite ...

- S est quelconque : l'union des $\mathcal{L}$-noyaux surclassants les plus logiquement déterminés dans S donnent l'ensemble des candidats potentiels au meilleur choix unique à retenir pour un futur choix final de la meilleure action unique (Bisdorff & Roubens 1996 – 2003).

Discussion critique

a. Insuffisance de la problématique d'optimisation :

Deux choix optimaux (surclassants et minimaux) peuvent ne pas être équivalents selon la problématique P.α. (*voir Roy & Bouyssou, MMDA :MC 1993, p. 336*) exemple

b. Faiblesse de l'approche Electre I et IS :

La nécessaire perturbation du graphe de surclassement valué pose un problème de principe. Nous aimerions éviter de faire intervenir des éléments d'appréciation de la robustesse en plus de la valuation du graphe de surclassement.

Discussion critique

a. Insuffisance de la problématique d'optimisation :

Deux choix optimaux (surclassants et minimaux) peuvent ne pas être équivalents selon la problématique P.α. (*voir Roy & Bouyssou, MMDA :MC 1993, p. 336*) exemple

b. Faiblesse de l'approche Electre I et IS :

La nécessaire perturbation du graphe de surclassement valué pose un problème de principe. Nous aimerions éviter de faire intervenir des éléments d'appréciation de la robustesse en plus de la valuation du graphe de surclassement.

Discussion critique

a. Insuffisance de la problématique d'optimisation :

Deux choix optimaux (surclassants et minimaux) peuvent ne pas être équivalents selon la problématique P.α. (*voir Roy & Bouyssou, MMDA :MC 1993, p. 336*) ▸ exemple

b. Faiblesse de l'approche Electre I et IS :

La nécessaire perturbation du graphe de surclassement valué pose un problème de principe. Nous aimerions éviter de faire intervenir des éléments d'appréciation de la robustesse en plus de la valuation du graphe de surclassement.

Discussion critique

a. Insuffisance de la problématique d'optimisation :

Deux choix optimaux (surclassants et minimaux) peuvent ne pas être équivalents selon la problématique P.α. (*voir Roy & Bouyssou, MMDA :MC 1993, p. 336*) exemple

b. Faiblesse de l'approche Electre I et IS :

La nécessaire perturbation du graphe de surclassement valué pose un problème de principe. Nous aimerions éviter de faire intervenir des éléments d'appréciation de la robustesse en plus de la valuation du graphe de surclassement.

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :

- Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. ▸ exemple
- L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. ▸ exemple

d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :

- La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif.

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :

- Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. exemple
- L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. exemple

d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :

- La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif.

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :
   - Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. ▸ exemple
   - L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. ▸ exemple

d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :
   - La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif.

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :
- Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. ▸ exemple
- L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. ▸ exemple

d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :
- La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif. ▸ exemple

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :

- Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. ▸ exemple
- L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. ▸ exemple

d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :

- La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif. ▸ exemple

Discussion critique (suite)

c. Inadaptation du concept de noyau surclassant :

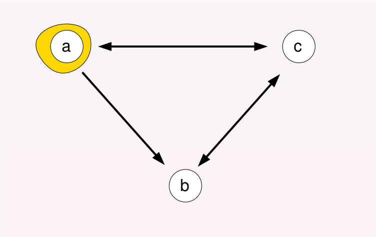
- Dans le cas d'un surclassement global non transitif, les noyaux ne représentent en général qu'un petit sous-ensemble de l'ensemble des choix surclassants minimaux possibles. exemple
- L'existance de cricuits impairs sans cordes au début du surclassement global gêne l'extraction de noyaux surclassants. exemple

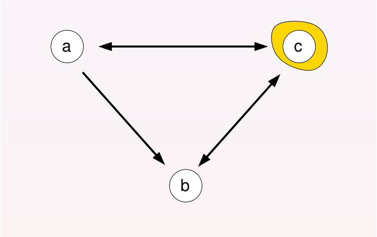
d. Insuffisance des principes classiques de la problématique du choix unique :

- La minimalité n'entraîne pas nécessairement la stabilité du choix dans le cas d'un surclassement global non transitif. exemple

suite

Choix surclassants minimaux non équivalents

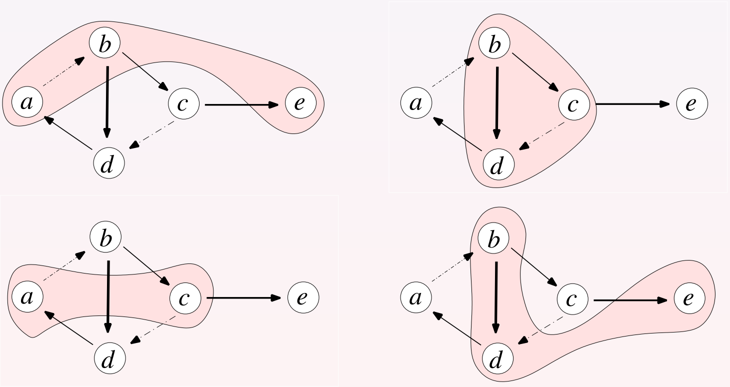




retour choix optimaux
retour surclassement effectif

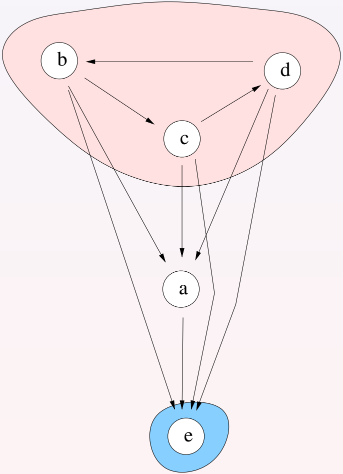
Choix surclassants minimaux

Exemple ((1) suite)



retour noyaux inadaptés
retour principes insuffisants

Paradoxe de Condorcet



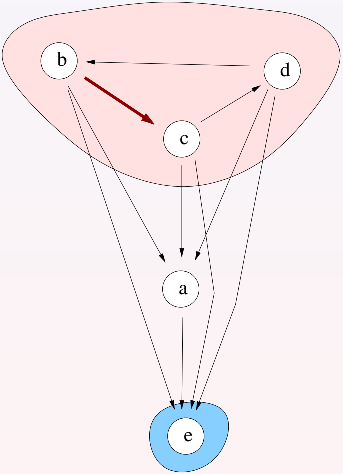
Cinq candidats pour un poste : $A = \{a, b, c, d, e\}$. Le jury est constitué de sept votants équi-signifiants $C = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ayant les préférences suivantes :

rank	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
1	a	a	a	c	c	b	e
2	b	d	d	b	d	c	c
3	c	b	b	d	b	d	d
4	d	e	e	e	a	a	b
5	e	c	c	a	e	e	a

Source : A. Taylor (2005) p. 33

retour

Paradoxe de Condorcet



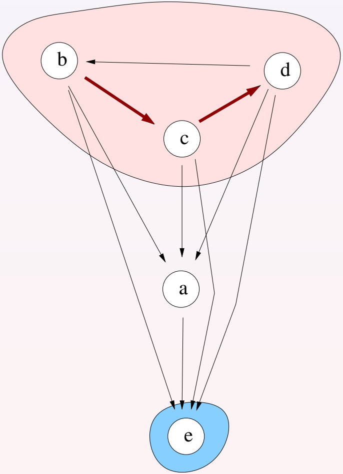
Cinq candidats pour un poste : $A = \{a, b, c, d, e\}$. Le jury est constitué de sept votants équi-signifiants $C = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ayant les préférences suivantes :

rank	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
1	a	a	a	c	c	b	e
2	b	d	d	b	d	c	c
3	c	b	b	d	b	d	d
4	d	e	e	e	a	a	b
5	e	c	c	a	e	e	a

Source : A. Taylor (2005) p. 33

retour

Paradoxe de Condorcet



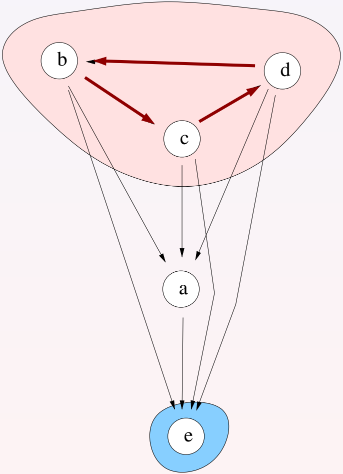
Cinq candidats pour un poste : $A = \{a, b, c, d, e\}$. Le jury est constitué de sept votants équi-signifiants $C = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ayant les préférences suivantes :

rank	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
1	a	a	a	c	c	b	e
2	b	d	d	b	d	c	c
3	c	b	b	d	b	d	d
4	d	e	e	e	a	a	b
5	e	c	c	a	e	e	a

Source : A. Taylor (2005) p. 33

retour

Paradoxe de Condorcet



Cinq candidats pour un poste : $A = \{a, b, c, d, e\}$. Le jury est constitué de sept votants équi-signifiants $C = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ayant les préférences suivantes :

rank	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
1	a	a	a	c	c	b	e
2	b	d	d	b	d	c	c
3	c	b	b	d	b	d	d
4	d	e	e	e	a	a	b
5	e	c	c	a	e	e	a

Source : A. Taylor (2005) p. 33

retour

1. Délimitation du sujet
   - Le graphe de surclassement valué
   - Les noyaux du graphe de surclassement
   - Le calcul effectif des noyaux valués
2. La problématique du choix
   - Principes classiques de la problématique du choix
   - Solutions classiques du problème du choix unique
   - Discussion critique
3. Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
   - Principes méthodologiques
   - Principe de surclassement effectif
   - Principe de stabilité et de robustesse
4. Illustrations
   - La recommandation de meilleur choix
   - EURO'2004 Best Poster Award
   - Quelle est la meilleure université allemande ?

Principes du meilleur choix unique

Définition

Nous appelons recommandation de meilleur choix l'ensemble des actions recommandées par l'homme d'étude pour servir de base, le cas échéant, à un futur choix d'une meilleure action unique.

Principes :

1. Justification du rejet des actions non retenues
2. Minimalité de la recommandation
3. Surclassement effectif
4. Stabilité de la recommandation
5. Robustesse de la recommandation

Principes du meilleur choix unique

Définition

Nous appelons recommandation de meilleur choix l'ensemble des actions recommandées par l'homme d'étude pour servir de base, le cas échéant, à un futur choix d'une meilleure action unique.

Principes :

1. Justification du rejet des actions non retenues
2. Minimalité de la recommandation
3. Surclassement effectif
4. Stabilité de la recommandation
5. Robustesse de la recommandation

Principe de surclassement effectif

Pour respecter ce principe, nous allons prendre en compte conjointement le caractère $\mathcal{L}$-surclassant et le caractère $\mathcal{L}$-surclassé d'un choix potentiel.

Définition (Choix nuls)

- Un choix conjointement $\mathcal{L}$-surclassant et -surclassé au même
- Un choix $\mathcal{L}$-surclassant (-surclassé) non $\mathcal{L}$-nul est appelé surclassant strict (resp. surclassé strict).

Principe de surclassement effectif

Pour respecter ce principe, nous allons prendre en compte conjointement le caractère $\mathcal{L}$-surclassant et le caractère $\mathcal{L}$-surclassé d'un choix potentiel.

Définition (Choix nuls)

- Un choix conjointement $\mathcal{L}$-surclassant et -surclassé au même degré de détermination est appelé $\mathcal{L}$-nuls.
- Un choix $\mathcal{L}$-surclassant (-surclassé) non $\mathcal{L}$-nul est appelé surclassant strict (resp. surclassé strict).

Proposition

Un choix $\mathcal{L}$-surclassant, strict et minimal vérifie les principes (1), (2) et (3) de la recommandation de meilleur choix unique.

Exemple (2)

Principe de surclassement effectif

Pour respecter ce principe, nous allons prendre en compte conjointement le caractère $\mathcal{L}$-surclassant et le caractère $\mathcal{L}$-surclassé d'un choix potentiel.

Définition (Choix nuls)

- Un choix conjointement $\mathcal{L}$-surclassant et -surclassé au même degré de détermination est appelé $\mathcal{L}$-nuls.
- Un choix $\mathcal{L}$-surclassant (-surclassé) non $\mathcal{L}$-nul est appelé surclassant strict (resp. surclassé strict).

Proposition

Un choix $\mathcal{L}$-surclassant, strict et minimal vérifie les principes (1), (2) et (3) de la recommandation de meilleur choix unique.

Exemple (2)

Principe de surclassement effectif

Pour respecter ce principe, nous allons prendre en compte conjointement le caractère $\mathcal{L}$-surclassant et le caractère $\mathcal{L}$-surclassé d'un choix potentiel.

Définition (Choix nuls)

- Un choix conjointement $\mathcal{L}$-surclassant et -surclassé au même degré de détermination est appelé $\mathcal{L}$-nuls.
- Un choix $\mathcal{L}$-surclassant (-surclassé) non $\mathcal{L}$-nul est appelé surclassant strict (resp. surclassé strict).

Proposition

Un choix $\mathcal{L}$-surclassant, strict et minimal vérifie les principes (1), (2) et (3) de la recommandation de meilleur choix unique.

Exemple (2)

Principe de surclassement effectif

Pour respecter ce principe, nous allons prendre en compte conjointement le caractère $\mathcal{L}$-surclassant et le caractère $\mathcal{L}$-surclassé d'un choix potentiel.

Définition (Choix nuls)

- Un choix conjointement $\mathcal{L}$-surclassant et -surclassé au même degré de détermination est appelé $\mathcal{L}$-nuls.
- Un choix $\mathcal{L}$-surclassant (-surclassé) non $\mathcal{L}$-nul est appelé surclassant strict (resp. surclassé strict).

Proposition

Un choix $\mathcal{L}$-surclassant, strict et minimal vérifie les principes (1), (2) et (3) de la recommandation de meilleur choix unique.

Exemple (2)

Principe de stabilité

Définition (Recommandation stable)

Une recommandation de meilleur choix est stable lorsque le sousgraphe de surclassement induit par les actions retenues n'admet pas à son tour une possible sous-recommandation stable de meilleur choix.

Proposition

Sont stables les recommandations qui proposent :

Principe de stabilité

Définition (Recommandation stable)

Une recommandation de meilleur choix est stable lorsque le sousgraphe de surclassement induit par les actions retenues n'admet pas à son tour une possible sous-recommandation stable de meilleur choix.

Proposition

Sont stables les recommandations qui proposent :

1. *un choix $\mathcal{L}$-indépendant ou,*
2. *un $\mathcal{L}$-circuit sans cordes de longueur impair.*

Principe de stabilité

Définition (Recommandation stable)

Une recommandation de meilleur choix est stable lorsque le sousgraphe de surclassement induit par les actions retenues n'admet pas à son tour une possible sous-recommandation stable de meilleur choix.

Proposition

Sont stables les recommandations qui proposent :

1. *un choix $\mathcal{L}$-indépendant ou,*
2. *un $\mathcal{L}$-circuit sans cordes de longueur impair.*

Principe de stabilité

Définition (Recommandation stable)

Une recommandation de meilleur choix est stable lorsque le sousgraphe de surclassement induit par les actions retenues n'admet pas à son tour une possible sous-recommandation stable de meilleur choix.

Proposition

Sont stables les recommandations qui proposent :

1. *un choix $\mathcal{L}$-indépendant ou,*
2. *un $\mathcal{L}$-circuit sans cordes de longueur impair.*

Hypergraphe et hypernoyaux

Adaptation du concept de $\mathcal{L}$-noyau :

Définition (Hypergraphe de surclassement)

1. Nous ajoutons, s'ils existent, les circuits impairs sans cordes minimaux comme hypernoeud au graphe de surclassement valué pour former ce que nous appelons l'hypergraphe de

2. Un $\mathcal{L}$-noyau de ce graphe incluant un ou plusieurs hyper-noeuds est appelé un $\mathcal{L}$-hypernoyau.

Hypergraphe et hypernoyaux

Adaptation du concept de $\mathcal{L}$-noyau :

Définition (Hypergraphe de surclassement)

1. Nous ajoutons, s'ils existent, les circuits impairs sans cordres minimaux comme hypernoeud au graphe de surclassement valué pour former ce que nous appelons l'hypergraphe de surclassement.
2. Un $\mathcal{L}$-noyau de ce graphe incluant un ou plusieurs hyper-noeuds est appelé un $\mathcal{L}$-hypernoyau.

Proposition

Les $\mathcal{L}$-noyaux et $\mathcal{L}$-hypernoyaux de l'hypergraphe de surclassement valués vérifient les principes (1), (2), (3) et (4) d'une recommandation de meilleur choix unique.

Hypergraphe et hypernoyaux

Adaptation du concept de $\mathcal{L}$-noyau :

Définition (Hypergraphe de surclassement)

1. Nous ajoutons, s'ils existent, les circuits impairs sans cordres minimaux comme hypernoeud au graphe de surclassement valué pour former ce que nous appelons l'hypergraphe de surclassement.
2. Un $\mathcal{L}$-noyau de ce graphe incluant un ou plusieurs hyper-noeuds est appelé un $\mathcal{L}$-hypernoyau.

Proposition

Les $\mathcal{L}$-noyaux et $\mathcal{L}$-hypernoyaux de l'hypergraphe de surclassement valués vérifient les principes (1), (2), (3) et (4) d'une recommandation de meilleur choix unique.

Hypergraphe et hypernoyaux

Adaptation du concept de $\mathcal{L}$-noyau :

Définition (Hypergraphe de surclassement)

1. Nous ajoutons, s'ils existent, les circuits impairs sans cordres minimaux comme hypernoeud au graphe de surclassement valué pour former ce que nous appelons l'hypergraphe de surclassement.
2. Un $\mathcal{L}$-noyau de ce graphe incluant un ou plusieurs hyper-noeuds est appelé un $\mathcal{L}$-hypernoyau.

Proposition

Les $\mathcal{L}$-noyaux et $\mathcal{L}$-hypernoyaux de l'hypergraphe de surclassement valués vérifient les principes (1), (2), (3) et (4) d'une recommandation de meilleur choix unique. ▸ Exemple (1)

Hypergraphe et hypernoyaux

Adaptation du concept de $\mathcal{L}$-noyau :

Définition (Hypergraphe de surclassement)

1. Nous ajoutons, s'ils existent, les circuits impairs sans cordres minimaux comme hypernoeud au graphe de surclassement valué pour former ce que nous appelons l'hypergraphe de surclassement.
2. Un $\mathcal{L}$-noyau de ce graphe incluant un ou plusieurs hyper-noeuds est appelé un $\mathcal{L}$-hypernoyau.

Proposition

Les $\mathcal{L}$-noyaux et $\mathcal{L}$-hypernoyaux de l'hypergraphe de surclassement valués vérifient les principes (1), (2), (3) et (4) d'une recommandation de meilleur choix unique. ▸ Exemple (1)

Principe de robustesse

Pourquoi doit-on se soucier de la robustesse de la recommandation ?

- Les évaluations critériales peuvent être imprécises ou manquantes ;
- Les seuils et les poids des critères peuvent être imprécis.

La recommandation de meilleur choix doit être robuste par rapport à des coupes symmétriques progressives du graphe de surclassement valué.

Principe de robustesse

Pourquoi doit-on se soucier de la robustesse de la recommandation ?

- Les évaluations critériales peuvent être imprécises ou manquantes ;
- Les seuils et les poids des critères peuvent être imprécis.

La recommandation de meilleur choix doit être robuste par rapport à des coupes symétriques progressives du graphe de surclassement valué. Exemple (2)

Principe de robustesse

Pourquoi doit-on se soucier de la robustesse de la recommandation ?

- Les évaluations critériales peuvent être imprécises ou manquantes ;
- Les seuils et les poids des critères peuvent être imprécis.

La recommandation de meilleur choix doit être robuste par rapport à des coupes symétriques progressives du graphe de surclassement valué. ▸ Exemple (2)

Principe de robustesse

Pourquoi doit-on se soucier de la robustesse de la recommandation ?

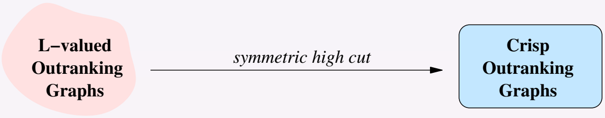
- Les évaluations critériales peuvent être imprécises ou manquantes ;
- Les seuils et les poids des critères peuvent être imprécis.

La recommandation de meilleur choix doit être robuste par rapport à des coupes symétriques progressives du graphe de surclassement valué. Exemple (2)

Principe de robustesse (suite)

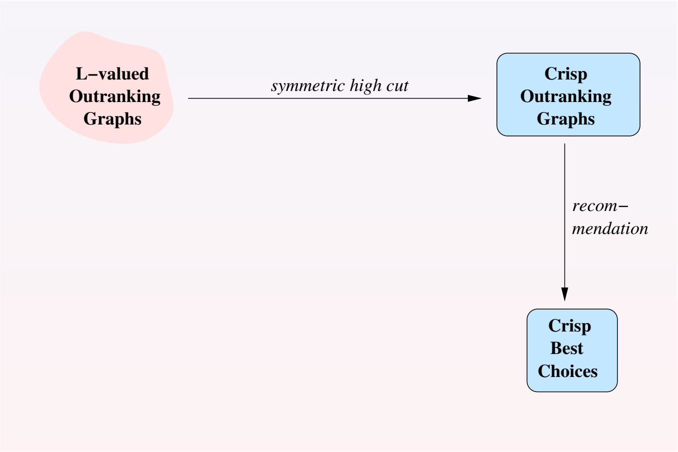
Symmetric high cut ∘ Recommendation ≡ Recommendation ∘ Symmetric high cut

Principe de robustesse (suite)



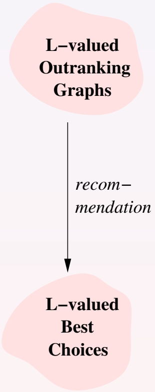
Symmetric high cut $\circ$ Recommendation $\equiv$ Recommendation $\circ$ Symmetric high cut

Principe de robustesse (suite)



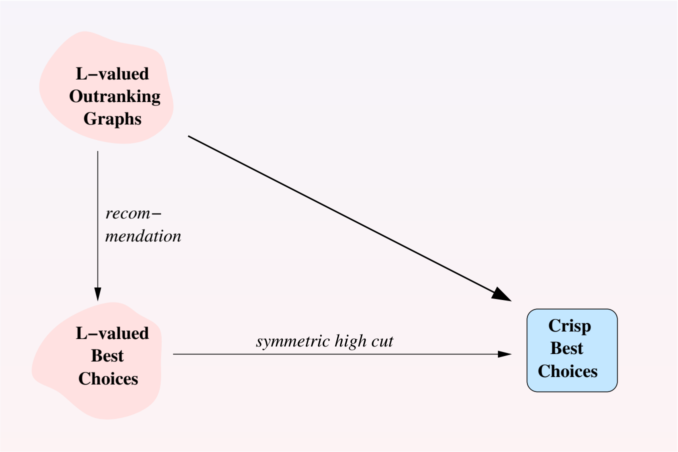
Symmetric high cut ∘ Recommendation ≡ Recommendation ∘ Symmetric high cut

Principe de robustesse (suite)



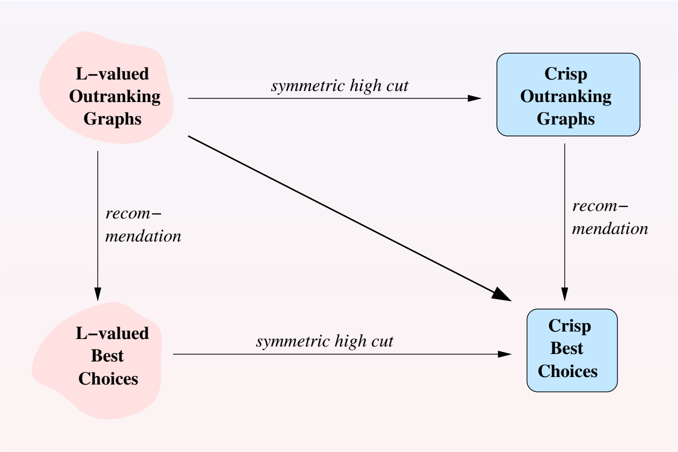
Symmetric high cut ∘ Recommendation ≡
Recommendation ∘ Symmetric high cut

Principe de robustesse (suite)



$$\text{Symmetric high cut} \circ \text{Recommendation} \equiv \text{Recommendation} \circ \text{Symmetric high cut}$$

Principe de robustesse (suite)



Symmetric high cut ∘ Recommendation ≡ Recommendation ∘ Symmetric high cut

Principe de robustesse (suite)

Définition (Prénoyaux)

Nous appelons $\mathcal{L}$-prénoyau une caractérisation d'un $\mathcal{L}$-noyau non vide qui contient des valeurs médianes.

Proposition

Suite

Principe de robustesse (suite)

Définition (Prénoyaux)

Nous appelons $\mathcal{L}$-prénoyau une caractérisation d'un $\mathcal{L}$-noyau non vide qui contient des valeurs médianes.

Proposition

1. *Le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux d'un hypergraphe de surclassement vérifient le principe de robustesse (5) d'une recommandation de meilleur choix.*
2. *Les cinq principes – (1) justification des rejets, (2) minimalité, (3) surclassement effectif, (4) stabilité et (5) robustesse – caractérisent formellement les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts.*

Suite

Principe de robustesse (suite)

Définition (Prénoyaux)

Nous appelons $\mathcal{L}$-prénoyau une caractérisation d'un $\mathcal{L}$-noyau non vide qui contient des valeurs médianes.

Proposition

1. *Le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux d'un hypergraphe de surclassement vérifient le principe de robustesse (5) d'une recommandation de meilleur choix.*
2. *Les cinq principes – (1) justification des rejets, (2) minimalité, (3) surclassement effectif, (4) stabilité et (5) robustesse – caractérisent formellement les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts.*

Suite

Principe de robustesse (suite)

Définition (Prénoyaux)

Nous appelons $\mathcal{L}$-prénoyau une caractérisation d'un $\mathcal{L}$-noyau non vide qui contient des valeurs médianes.

Proposition

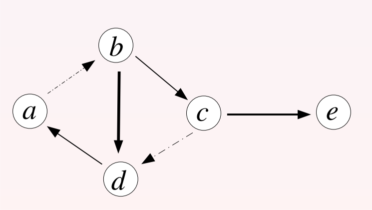
1. *Le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux d'un hypergraphe de surclassement vérifient le principe de robustesse (5) d'une recommandation de meilleur choix.*
2. *Les cinq principes – (1) justification des rejets, (2) minimalité, (3) surclassement effectif, (4) stabilité et (5) robustesse – caractérisent formellement les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts.*

Suite

Exemple (Hyper-graphe de surclassement)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e	C_{abd}
a	10	2	-10	-4	-8	10
b	-6	10	8	10	0	10
c	-10	-10	10	2	8	2
d	6	-6	-10	10	-4	10
e	-10	-8	-4	-6	10	-6
C_{abd}	10	10	8	10	0	10



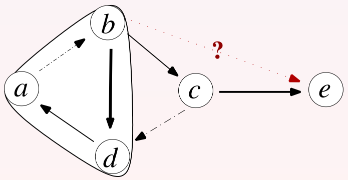
Retour

Le graphe net médian associé

Exemple (Hyper-graphe de surclassement)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e	C_{abd}
a	10	2	-10	-4	-8	10
b	-6	10	8	10	0	10
c	-10	-10	10	2	8	2
d	6	-6	-10	10	-4	10
e	-10	-8	-4	-6	10	-6
C_{abd}	10	10	8	10	0	10



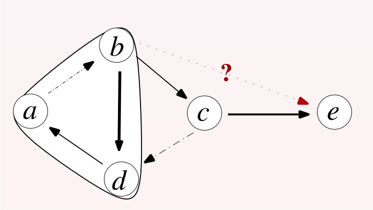
Retour

Le circuit $C_{a,b,d}$ et son voisinage

Exemple (Hyper-graphe de surclassement)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e	C_{abd}
a	10	2	-10	-4	-8	10
b	-6	10	8	10	0	10
c	-10	-10	10	2	8	2
d	6	-6	-10	10	-4	10
e	-10	-8	-4	-6	10	-6
C_{abd}	10	10	8	10	0	10



Retour

Le circuit $C_{a,b,d}$ et son voisinage

Recommandation de meilleur choix robuste

Exemple (B. Roy, Lausanne, Mars 1995)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \dots, 50, \dots, 100\}$:

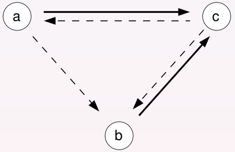
$\tilde{S}$	a	b	c
a	100	55	90
b	10	100	90
c	55	55	100

Recommandation de meilleur choix robuste

Exemple (B. Roy, Lausanne, Mars 1995)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c
a	100	55	90
b	10	100	90
c	55	55	100



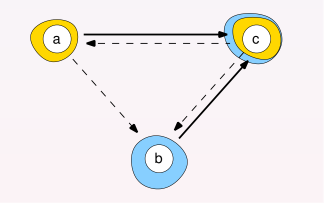
Le graphe net médian associé

Recommandation de meilleur choix robuste

Exemple (B. Roy, Lausanne, Mars 1995)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c
a	100	55	90
b	10	100	90
c	55	55	100



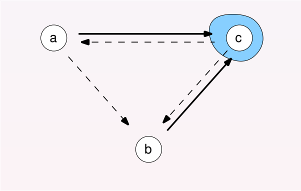
Les noyaux surclassants (jaunes) et surclassés (bleus)

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



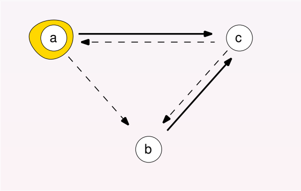
Les noyaux du graphe

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



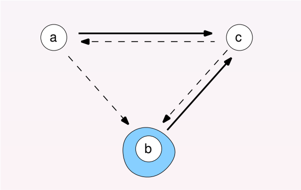
Les noyaux du graphe

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



Les noyaux du graphe

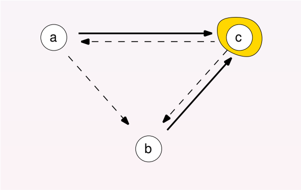
Suite

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



Les noyaux du graphe

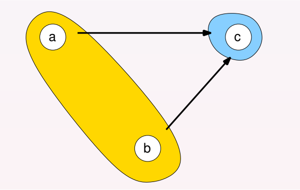
Suite

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



Les noyaux coupés à 75%

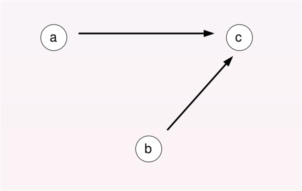
Suite

Recommandation de meilleur choix robuste (suite)

Exemple ($\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $\mathcal{L} = \{0, \ldots, 50, \ldots, 100\}$:

choix	a	b	c	dom.	abs.
$\{c\}$	10	10	90	10	90
$\{c\}$	0	0	100	0	100
$\{a\}$	90	45	10	90	10
$\{a, b\}$	100	50	0	100	50
$\{b\}$	45	55	45	45	55
$\{b\}$	50	50	50	50	50
$\{c\}$	45	45	55	55	45
$\{c\}$	50	50	50	50	50



Les noyaux coupés à 75%

Suite

1. Délimitation du sujet
   - Le graphe de surclassement valué
   - Les noyaux du graphe de surclassement
   - Le calcul effectif des noyaux valués
2. La problématique du choix
   - Principes classiques de la problématique du choix
   - Solutions classiques du problème du choix unique
   - Discussion critique
3. Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
   - Principes méthodologiques
   - Principe de surclassement effectif
   - Principe de stabilité et de robustesse
4. Illustrations
   - La recommandation de meilleur choix
   - EURO'2004 Best Poster Award
   - Quelle est la meilleure université allemande ?

Exploitation en problématique P.α

Algorithme

Input : $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$

1. *Détection des circuits sans cordes impairs et construction du hypergraphe de surclassement valué associé ;*
2. *Extraction de tous les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants et/ou surclassés ;*
3. *Tri des $\mathcal{L}$-préhypernoyaux par niveau de détermination logique décroissante ;*

Output : La recommandation de meilleur choix sera donnée, le cas échéant, par le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts les plus déterminés.

Exploitation en problématique P.α

Algorithme

Input : $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$

1. *Détection des circuits sans cordes impairs et construction du hypergraphe de surclassement valué associé ;*
2. *Extraction de tous les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants et/ou surclassés ;*
3. *Tri des $\mathcal{L}$-préhypernoyaux par niveau de détermination logique décroissante ;*

Output : *La recommandation de meilleur choix sera donnée, le cas échéant, par le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts les plus déterminés.*

Exploitation en problématique P.α

Algorithme

Input : $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$

1. *Détection des circuits sans cordes impairs et construction du hypergraphe de surclassement valué associé ;*
2. *Extraction de tous les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants et/ou surclassés ;*
3. *Tri des $\mathcal{L}$-préhypernoyaux par niveau de détermination logique décroissante ;*

Output : La recommandation de meilleur choix sera donnée, le cas échéant, par le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts les plus déterminés.

Exploitation en problématique P.α

Algorithme

Input : $G^{\mathcal{L}}(A, \tilde{S})$

1. *Détection des circuits sans cordes impairs et construction du hypergraphe de surclassement valué associé ;*
2. *Extraction de tous les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants et/ou surclassés ;*
3. *Tri des $\mathcal{L}$-préhypernoyaux par niveau de détermination logique décroissante ;*

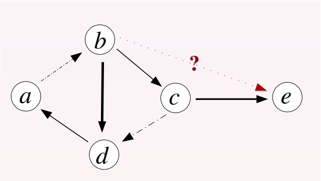
Output : La recommandation de meilleur choix sera donnée, le cas échéant, par le ou les $\mathcal{L}$-préhypernoyaux surclassants stricts les plus déterminés.

Recommandation de meilleur choix

Exemple (L'exemple de B. Roy, avril 2005)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	-	2	-10	-4	-8
b	-6	-	8	10	0
c	-10	-10	-	2	8
d	6	-6	-10	-	-4
e	-10	-8	-4	-6	-



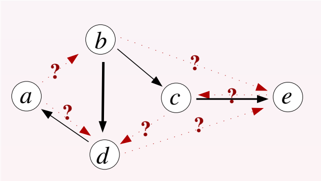
Le graphe net médian associé

Recommandation de meilleur choix

Exemple (L'exemple de B. Roy, avril 2005)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \dots, 0, \dots, 10\}$:

$\tilde{S}$	a	b	c	d	e
a	-	0		0	
b		-	10	10	0
c			-	0	10
d	10			-	0
e			0		-



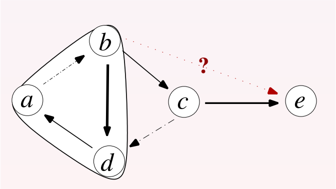
Le graphe coupé au niveau $> +5$, c.-à-d. $> 75\%$

Recommandation de meilleur choix (suite)

Exemple (Pré-hyper-$\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, +10\}$:

choix	C_{abd}	a	b	c	d	e	dom.	abs.	rec.
$\{C_{abd}, e\}$	6	-6	-6	-6	-6	0	8	8	
$\{C_{abd}, e\}$	0	0	0	-6	0	6	8	8	
$\{a, c\}$	-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	

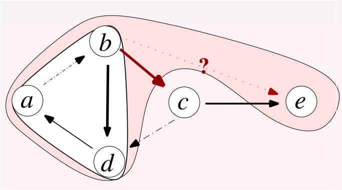


Recommandation de meilleur choix (suite)

Exemple (Pré-hyper-$\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, +10\}$:

choix	C_{abd}	a	b	c	d	e	dom.	abs.	rec.
$\{C_{abd}, e\}$	6	-6	-6	-6	-6	0	8	8	
$\{C_{abd}, e\}$	0	0	0	-6	0	6	8	8	
$\{a, c\}$	-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	

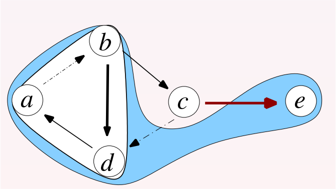


Recommandation de meilleur choix (suite)

Exemple (Pré-hyper-$\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, +10\}$:

choix	C_{abd}	a	b	c	d	e	dom.	abs.	rec.
$\{C_{abd}, e\}$	6	-6	-6	-6	-6	0	8	8	
$\{C_{abd}, e\}$	0	0	0	-6	0	6	8	8	
$\{a, c\}$	-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	

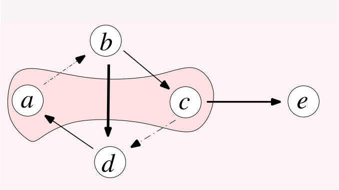


Recommandation de meilleur choix (suite)

Exemple (Pré-hyper-$\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, +10\}$:

choix	C_{abd}	a	b	c	d	e	dom.	abs.	rec.
$\{C_{abd}, e\}$	6	-6	-6	-6	-6	0	8	8	
$\{C_{abd}, e\}$	0	0	0	-6	0	6	8	8	
$\{a, c\}$	-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	

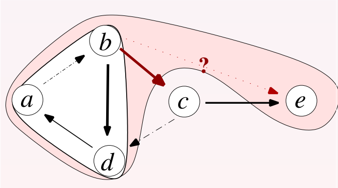


Recommandation de meilleur choix (suite)

Exemple (Pré-hyper-$\mathcal{L}$-noyaux surclassants et surclassés)

Soit $A = \{a, b, c, d, e\}$ et $\mathcal{L} = \{-10, \ldots, 0, \ldots, +10\}$:

choix	C_{abd}	a	b	c	d	e	dom.	abs.	rec.
$\{C_{abd}, e\}$	6	-6	-6	-6	-6	0	8	8	recommandé !
$\{C_{abd}, e\}$	0	0	0	-6	0	6	8	8	
$\{a, c\}$	-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	



Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3.
  4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
    1. qualité scientifique
    2. pertinence pratique
    3. [illegible]
    4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3. originalité
  4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3. originalité
  4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3. originalité
  4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3. originalité
  4. qualité de la présentation

Application réelle 1 : EURO'2004 Best Poster Award

- 13 posters en compétition
- un jury de cinq experts
- 4 dimensions de préférence imposées (dans l'ordre décroissant de leur importance)
  1. qualité scientifique
  2. pertinence pratique
  3. originalité
  4. qualité de la présentation

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Les préférences ont été mesurées à l'aide d'une fonction-critère ordinale recommandée mettant en oeuvre une échelle ordinale de 0 (médiocre) à 10 (excellent).
- Il y a eu des évaluations manquantes en raison de la nature très variées des posters et de l'impossibilité physique d'apprécier certaines qualités le cas échéant.
- Comme les critère sont de nature qualitative, un seuil d'indifférence de 0 et un seuil de préférence de 1 a été retenu.
- Aucune situation de veto n'a été injectée par un membre du jury et le seuil de veto a été choisi égal au contraste maximal de l'échelle, c'est-à-dire 10.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Les préférences ont été mesurées à l'aide d'une fonction-critère ordinale recommandée mettant en oeuvre une échelle ordinale de 0 (médiocre) à 10 (excellent).
- Il y a eu des évaluations manquantes en raison de la nature très variées des posters et de l'impossibilité physique d'apprécier certaines qualités le cas échéant.
- Comme les critère sont de nature qualitative, un seuil d'indifférence de 0 et un seuil de préférence de 1 a été retenu.
- Aucune situation de veto n'a été injectée par un membre du jury et le seuil de veto a été choisi égal au contraste maximal de l'échelle, c'est-à-dire 10.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Les préférences ont été mesurées à l'aide d'une fonction-critère ordinale recommandée mettant en oeuvre une échelle ordinale de 0 (médiocre) à 10 (excellent).
- Il y a eu des évaluations manquantes en raison de la nature très variées des posters et de l'impossibilité physique d'apprécier certaines qualités le cas échéant.
- Comme les critère sont de nature qualitative, un seuil d'indifférence de 0 et un seuil de préférence de 1 a été retenu.
- Aucune situation de veto n'a été injectée par un membre du jury et le seuil de veto a été choisi égal au contraste maximal de l'échelle, c'est-à-dire 10.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Les préférences ont été mesurées à l'aide d'une fonction-critère ordinale recommandée mettant en oeuvre une échelle ordinale de 0 (médiocre) à 10 (excellent).
- Il y a eu des évaluations manquantes en raison de la nature très variées des posters et de l'impossibilité physique d'apprécier certaines qualités le cas échéant.
- Comme les critère sont de nature qualitative, un seuil d'indifférence de 0 et un seuil de préférence de 1 a été retenu.
- Aucune situation de veto n'a été injectée par un membre du jury et le seuil de veto a été choisi égal au contraste maximal de l'échelle, c'est-à-dire 10.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Un indice de surclassement standard a été calculé en assimilant les 4 dimensions appréciées par 5 membre à 20 critères organisés en 5 classes d'équivalences d'importance pondérées un peu arbitrairement par le jeu de nombres entiers : 4, 3, 2 et 1.
- Le graphe de surclassement, valué de manière standard dans $\mathcal{L}_1 = [0, 100]$ et qui en résulte, admet un $\mathcal{L}_1$-noyau surclassant de niveau de détermination 80%, ainsi qu'un $\mathcal{L}_1$-noyau surclassé de détermination 61%.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- Un indice de surclassement standard a été calculé en assimilant les 4 dimensions appréciées par 5 membre à 20 critères organisés en 5 classes d'équivalences d'importance pondérées un peu arbitrairement par le jeu de nombres entiers : 4, 3, 2 et 1.
- Le graphe de surclassement, valué de manière standard dans $\mathcal{L}_1 = [0, 100]$ et qui en résulte, admet un $\mathcal{L}_1$-noyau surclassant de niveau de détermination 80%, ainsi qu'un $\mathcal{L}_1$-noyau surclassé de détermination 61%.

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :

  +3 unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;

  +2 majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;

  +1 majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;

  0 logiquement indéterminé ;

  −1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;

  −2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;

  −3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

- En utilisant une valuation du surclassement dans $\mathcal{L}_2$ défini de la manière suivante :
  - $+3$ unanimement concordant (les 5 experts sur les 4 dimensions) ;
  - $+2$ majoritairement concordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - $+1$ majoritairement concordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - 0 logiquement indéterminé ;
  - -1 majoritairement discordant pour le jeu de poids 4,2,3,1 particulier ;
  - -2 majoritairement discordant pour tout jeu de poids compatible avec le préordre d'importance des 20 critères ;
  - -3 unanimement discordant (les 5 experts sur les 4 dimensions).

$[[S]]_{\mathcal{L}2}$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}
p_1	-	+2	-2	-2	-1	+2	-2	+2	+2	**-2**	+2	-2	-2
p_2	-2	-	-2	-2	-2	-2	-2	-2	+2	**-2**	-1	-2	-2
p_3	+2	+2	-	+1	+1	+2	+2	+2	+2	**-2**	+2	+1	-1
p_4	+2	+2	+2	-	+2	+2	+2	+2	+2	**-1**	+2	+2	+2
p_5	+2	+2	+2	-1	-	+3	+2	+2	+2	**-2**	+2	+1	-3
p_6	+1	+2	-2	-2	-2	-	-2	+2	+2	**-3**	+2	-2	-3
p_7	+2	+2	-2	-1	-2	+2	-	+2	+2	**-2**	+2	0	-2
p_8	0	+2	-2	-2	-2	+2	-2	-	+2	**-2**	+2	-2	-3
p_9	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-	**-3**	-2	-2	-2
p_{10}	**+3**	**+2**	**+3**	**+2**	**+3**	**+3**	**+2**	**+3**	**+2**	**-**	**+2**	**+2**	**+2**
p_{11}	+2	+2	-2	-2	-2	-2	-2	+2	+2	**-3**	-	-2	-2
p_{12}	+2	+2	+2	+2	+1	+2	+2	+2	+2	**-1**	+2	-	+2
p_{13}	+3	+2	+2	+1	+2	+2	+2	+2	+2	**-1**	+2	+2	-

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

Le graphe de surclassement, valué dans $\mathcal{L}_2 = [-3, +3]$, admet

1. p_{10} comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassant de niveau de détermination $+2$ et
2. p_9 comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassé au même degré de détermination $+2$.

$\Rightarrow$ Meilleur choix = poster p_{10} !

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

Le graphe de surclassement, valué dans $\mathcal{L}_2 = [-3, +3]$, admet

1. p_{10} comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassant de niveau de détermination $+2$ et
2. p_9 comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassé au même degré de détermination $+2$.

$\Rightarrow$ Meilleur choix = poster p_{10} !

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

Le graphe de surclassement, valué dans $\mathcal{L}_2 = [-3, +3]$, admet

1. p_{10} comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassant de niveau de détermination $+2$ et
2. p_9 comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassé au même degré de détermination $+2$.

$\Rightarrow$ Meilleur choix $=$ poster p_{10} !

EURO'2004 Best Poster Award (suite)

Le graphe de surclassement, valué dans $\mathcal{L}_2 = [-3, +3]$, admet

1. p_{10} comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassant de niveau de détermination $+2$ et
2. p_9 comme $\mathcal{L}_2$-noyau surclassé au même degré de détermination $+2$.

$\Rightarrow$ Meilleur choix $=$ poster p_{10} !

Application 2 : Quelle est la meilleure université allemande ?

- 40 universités allemandes en comme Munich, Freiburg, Heidelberg, Tübingen, Mannheim, etc
- ont été classées dans 15 disciplines, comme les sciences de gestion, la biologie, l'électronique, les langues modernes, le droit, les sciences de l'ingénieur, la médécine, l'économie etc,
- en trois catégories : – de qualité supérieure, – de qualité moyenne et – de qualité inférieure,
- en fonction de la qualité de l'insertion professionnelle de leurs anciens étudiants.

Application 2 : Quelle est la meilleure université allemande ?

- 40 universités allemandes en comme Munich, Freiburg, Heidelberg, Tübingen, Mannheim, etc
- ont été classées dans 15 disciplines, comme les sciences de gestion, la biologie, l'électronique, les langues modernes, le droit, les sciences de l'ingénieur, la médécine, l'économie etc,
- en trois catégories : – de qualité supérieure, – de qualité moyenne et – de qualité inférieure,
- en fonction de la qualité de l'insertion professionnelle de leurs anciens étudiants.

Application 2 : Quelle est la meilleure université allemande ?

- 40 universités allemandes en comme Munich, Freiburg, Heidelberg, Tübingen, Mannheim, etc
- ont été classées dans 15 disciplines, comme les sciences de gestion, la biologie, l'électronique, les langues modernes, le droit, les sciences de l'ingénieur, la médécine, l'économie etc,
- en trois catégories : – de qualité supérieure, – de qualité moyenne et – de qualité inférieure,
- en fonction de la qualité de l'insertion professionnelle de leurs anciens étudiants.

Application 2 : Quelle est la meilleure université allemande ?

- 40 universités allemandes en comme Munich, Freiburg, Heidelberg, Tübingen, Mannheim, etc
- ont été classées dans 15 disciplines, comme les sciences de gestion, la biologie, l'électronique, les langues modernes, le droit, les sciences de l'ingénieur, la médécine, l'économie etc,
- en trois catégories : – de qualité supérieure, – de qualité moyenne et – de qualité inférieure,
- en fonction de la qualité de l'insertion professionnelle de leurs anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Les évaluations par discipline donnent 15 critères qualitatifs utilisant une échelle ordinale à trois échelons : 0 (qualité inférieure), 1 (qualité moyenne) et 2 (qualité supérieure).
- Nous supposons que les 15 disciplines sont équi-signifiantes pour notre problème de choix.
- Le seuil d'indifférence est placé à 0, le seuil de préférence à 1, et le seuil de veto à 3.
- Comme certaines universités excellentes sont spécialisées, il y a évidemment un certain nombre d'évaluations manquantes.

  Par exemple : – Mannheim n'a pas de faculté de médecine,
  – Kaiserslautern n'a pas de faculté de sciences économiques et
  – Berlin Humboldt n'a pas de sciences de l'ingénieur.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Les évaluations par discipline donnent 15 critères qualitatifs utilisant une échelle ordinale à trois échelons : 0 (qualité inférieure), 1 (qualité moyenne) et 2 (qualité supérieure).
- Nous supposons que les 15 disciplines sont équi-signifiantes pour notre problème de choix.
- Le seuil d'indifférence est placé à 0, le seuil de préférence à 1, et le seuil de veto à 3.
- Comme certaines universités excellentes sont spécialisées, il y a évidemment un certain nombre d'évaluations manquantes.

Par exemple : – Mannheim n'a pas de faculté de médecine ;
– Kaiserslautern n'a pas de faculté de sciences économiques et
– Berlin Humboldt n'a pas de sciences de l'ingénieur.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Les évaluations par discipline donnent 15 critères qualitatifs utilisant une échelle ordinale à trois échelons : 0 (qualité inférieure), 1 (qualité moyenne) et 2 (qualité supérieure).
- Nous supposons que les 15 disciplines sont équi-signifiantes pour notre problème de choix.
- Le seuil d'indifférence est placé à 0, le seuil de préférence à 1, et le seuil de veto à 3.
- Comme certaines universités excellentes sont spécialisées, il y a évidemment un certain nombre d'évaluations manquantes. Par exemple : – Mannheim n'a pas de faculté de médecine ;
  – Kaiserslautern n'a pas de faculté de sciences économiques et
  – Berlin Humboldt n'a pas de sciences de l'ingénieur.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Les évaluations par discipline donnent 15 critères qualitatifs utilisant une échelle ordinale à trois échelons : 0 (qualité inférieure), 1 (qualité moyenne) et 2 (qualité supérieure).
- Nous supposons que les 15 disciplines sont équi-signifiantes pour notre problème de choix.
- Le seuil d'indifférence est placé à 0, le seuil de préférence à 1, et le seuil de veto à 3.
- Comme certaines universités excellentes sont spécialisées, il y a évidemment un certain nombre d'évaluations manquantes.

  Par exemple : – Mannheim n'a pas de faculté de médécine ;
  – Kaiserslautern n'a pas de faculté de sciences économiques et
  – Berlin Humboldt n'a pas de sciences de l'ingénieur.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Les évaluations par discipline donnent 15 critères qualitatifs utilisant une échelle ordinale à trois échelons : 0 (qualité inférieure), 1 (qualité moyenne) et 2 (qualité supérieure).
- Nous supposons que les 15 disciplines sont équi-signifiantes pour notre problème de choix.
- Le seuil d'indifférence est placé à 0, le seuil de préférence à 1, et le seuil de veto à 3.
- Comme certaines universités excellentes sont spécialisées, il y a évidemment un certain nombre d'évaluations manquantes.
  Par exemple : – Mannheim n'a pas de faculté de médécine ;
  – Kaiserslautern n'a pas de faculté de sciences économiques et
  – Berlin Humboldt n'a pas de sciences de l'ingénieur.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Le graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$ standard que nous obtenons par concordance majoritaire admet les quatre circuits sans cordes de longueur trois :

1. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }
2. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Marburg }
3. { Chemnitz, Kaiserlautern, Marburg }
4. { Chemnitz, Freie Universität Berlin, Kaiserlautern }

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Le graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$ standard que nous obtenons par concordance majoritaire admet les quatre circuits sans cordes de longueur trois :

1. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }
2. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Marburg }
3. { Chemnitz, Kaiserlautern, Marburg }
4. { Chemnitz, Freie Universität Berlin, Kaiserlautern }

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Le graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$ standard que nous obtenons par concordance majoritaire admet les quatre circuits sans cordes de longueur trois :

1. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }
2. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Marburg }
3. { Chemnitz, Kaiserlautern, Marburg }
4. { Chemnitz, Freie Universität Berlin, Kaiserlautern }

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Le graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$ standard que nous obtenons par concordance majoritaire admet les quatre circuits sans cordes de longueur trois :

1. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }
2. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Marburg }
3. { Chemnitz, Kaiserlautern, Marburg }
4. { Chemnitz, Freie Universität Berlin, Kaiserlautern }

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- Le graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$ standard que nous obtenons par concordance majoritaire admet les quatre circuits sans cordes de longueur trois :

1. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }
2. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Marburg }
3. { Chemnitz, Kaiserlautern, Marburg }
4. { Chemnitz, Freie Universität Berlin, Kaiserlautern }

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

- L'hyper-graphe de surclassement valué dans $[0, 100]$, que nous obtenons en rajoutant les quatres circuits précédents admet, dans l'ordre de vraisemblance décroissant, les noyaux et hypernoyaux suivants :

1. Universtät München, noyau surclassant au niveau 65%,
1. Universtät Duisburg, noyau surclassé au niveau 63%,
2. Universtät Freiburg, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Leipzig, noyau surclassant au niveau 63%,
2. Universtät Bielefeld, noyau surclassé au niveau 57%,

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Quelle est la meilleure université allemande ? (suite)

3. Universtät Augsburg, noyau surclassant au niveau 55%,
4. { Berlin Humboldt, Kaiserlautern, Mannheim }, hyper-noyau surclassant au niveau 55%,
4. Berlin Technische Universität, noyau surclassé au niveau 55%,
4. Technische Universtät München, noyau surclassant au niveau 55%,
5. Universtät Konstanz, noyau surclassant au niveau 53%,

L'université de Munich sera par conséquent notre recommandation de meilleur choix en termes de qualité de l'insertion professionnelle de ses anciens étudiants.

Pour conclure

- La problématique du choix
  - Principes classiques de la problématique du choix
  - Solutions classiques du problème du choix unique
  - Discussion critique
- Élaboration d'une recommandation de meilleur choix
  - Principes méthodologiques
  - Principe de surclassement effectif
  - Principe de stabilité et de robustesse
- Illustrations
  - La recommandation de meilleur choix
  - EURO'2004 Best Poster Award
  - Quelle est la meilleure université allemande